

## **KHẢ NĂNG ÁP DỤNG CỦA PHƯƠNG PHÁP “LAGRANGIAN COHERENT STRUCTURES” TRONG DỰ ĐOÁN ĐƯỜNG ĐI CỦA CÁC HẠT TRÔI NỔI**

**Vũ Huy Công<sup>1</sup>, Nguyễn Văn Hương<sup>1</sup>**

**Tóm tắt:** Trong bài báo này, khả năng áp dụng của phương pháp "Lagrangian Coherent structures (LCS)" trong nghiên cứu dự đoán đường đi của các hạt trôi nổi sẽ được đánh giá dựa trên mô hình số. Trường hợp nghiên cứu điển hình được chọn là trường hợp các hạt vật chất trôi trong môi trường dòng chảy phía sau vật cản là hình trụ tròn, khu vực có hình thành các xoáy nước phức tạp. Nghiên cứu đã sử dụng đồng thời hai phương pháp là LCS và phương pháp mô phỏng theo vết đối tượng để theo dõi đường đi của các nhóm hạt có kích thước và khối lượng khác nhau. Dựa trên kết quả so sánh của hai phương pháp trên, nghiên cứu đã chỉ ra kích thước của các nhóm hạt có thể dự đoán được đường đi khi dùng phương pháp LCS. Kết quả cho thấy, phương pháp LCS có thể dự báo khá chính xác đường đi của các hạt khi chúng có hệ số Stoke nhỏ hơn 0.1.

**Từ khóa:** “Lagrangian Coherent Structures”, hình trụ, hệ số Stoke,

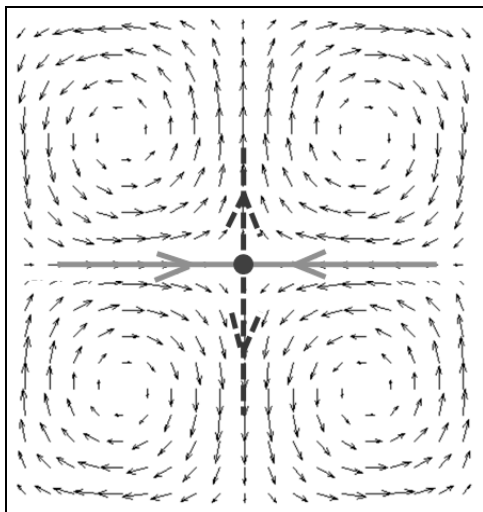
### **1. ĐẶT VẤN ĐỀ**

Một trong những công cụ hữu hiệu để nghiên cứu cấu trúc của dòng chảy hay dự đoán đường đi của các hạt vật chất trong môi trường dòng chảy chính là phương pháp Lagrangian Coherent Structure (LCS). Hình 1 thể hiện các đường LCS trong miền chất lỏng. LCS có thể xem là những đường ranh giới ẩn phân chia miền chất lỏng thành những vùng riêng. Theo đặc tính của LCS thì các phần tử chất lỏng được xem là không cắt ngang những đường này trong quá trình di chuyển. Việc tìm ra các đường LCS này đã giúp công tác nghiên cứu dòng chảy trở nên dễ dàng hơn và chi tiết hơn bởi cấu trúc dòng chảy trước đây chủ yếu được nghiên cứu dựa vào trường vận tốc, đường dòng, các đường đồng mức xoáy. LCS đã bắt đầu được ứng dụng trong các nghiên cứu về cấu trúc dòng chảy cũng như sự di chuyển của các phần tử vật chất, các sự cố tràn dầu ở trên các vùng biển. Blake and Kamran, (2008) đã dùng LCS để nghiên cứu và giải thích đường đi của các

phần tử không khí xung quanh cánh máy bay. Hay Franco et al. (2007) cũng dựa trên LCS để nghiên cứu sự chuyển động của nước xung quanh một con sứa đang bơi. Vũ (2017a) đã chỉ ra được những ưu điểm của LCS trong nghiên cứu cấu trúc dòng chảy phía sau hình trụ tròn. Vũ (2017a) cũng dùng LCS để dự báo đường đi của các chất chỉ thị màu và cho thấy kết quả hoàn toàn trùng khớp so với kết quả thí nghiệm trước đây đã công bố. Tuy nhiên đối với những phần tử vật chất có khối lượng (khác chất chỉ thị màu ở trên) thì việc dùng LCS để dự đoán đường đi của các phần tử này sẽ bị giảm độ chính xác. Thực tế lúc này do có khối lượng nên lực quán tính sẽ đóng vai trò quan trọng ảnh hưởng đến đường đi của các phần tử được dự báo. Mục tiêu của bài báo này là xác định phạm vi mà phương pháp LCS có thể áp dụng trong công tác dự báo đường đi để có thể đạt được kết quả tương đối chính xác. Tác giả chọn trường hợp tính toán là dòng chảy phía sau vật cản có dạng hình trụ tròn. Đây là trường hợp dòng chảy có phát sinh các xoáy nước và do đó độ sai khác của phương pháp LCS so với đường đi thực của các phần tử sẽ được thể hiện rõ hơn.

---

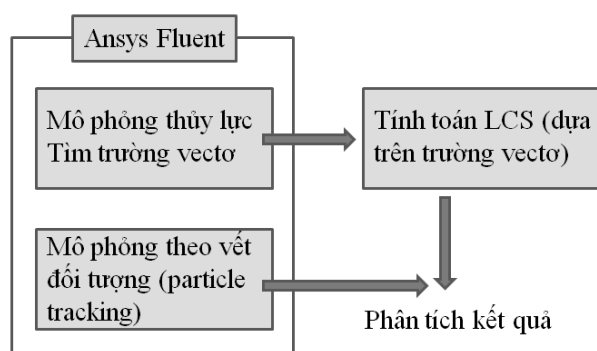
<sup>1</sup> Khoa Xây dựng Công trình thủy, Trường Đại học Bách Khoa - Đại học Đà Nẵng



Hình 1. Minh họa đường cấu trúc LCS (màu đỏ, nét đứt là “LCS ngược”; màu xanh, nét liền là “LCS thuận”)

## 2. PHƯƠNG PHÁP

Mục tiêu của nghiên cứu này nhằm tìm phạm vi áp dụng của phương pháp LCS trong dự đoán đường đi của các phần tử trôi nổi trong môi trường dòng chảy. Phạm vi này được chỉ ra dựa trên so sánh kết quả của LCS với kết quả dùng mô hình mô phỏng đường đi thực của các phần tử. Phần mềm được sử dụng để nghiên cứu là phần mềm Ansys Fluent. Các bước giải quyết bài toán được trình bày theo sơ đồ trên hình 2.



Hình 2. Sơ đồ các bước tính toán

### 2.1. Giới thiệu về phần mềm Fluent

LCS được tính toán dựa trên trường véc tơ dòng chảy nên đầu tiên tác giả đã dựa vào bộ phần

mềm Ansys Fluent để tìm trường véc tơ dòng chảy xung quanh vật cản. Sau đó các đường LCS backward-time sẽ được tính toán và thể hiện. Phần thứ hai là việc thực hiện mô phỏng theo vết phần tử được thực hiện trên phần mềm Ansys Fluent. Mô phỏng này sẽ cho phép nhận biết được đường đi của đối tượng nghiên cứu theo thời gian.

Fluent là phần mềm thuộc bộ phần mềm Ansys được ứng dụng nhiều trong kỹ thuật. Tổng phần mềm Fluent, các hệ phương trình cơ bản được giải dựa trên phương pháp thể tích hữu hạn. Phương trình bảo toàn khối lượng và động lượng lần lượt có dạng như sau (Ansys Fluent, 2012):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\vec{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2)$$

trong đó  $\rho$  là khối lượng riêng của nước,  $t$  là thời gian, và  $\vec{v}$  là vận tốc,  $p$  áp suất tĩnh,  $\vec{\tau}$  là tensor ứng suất;  $\rho \vec{g}$  và  $\vec{F}$  lần lượt là trọng lực và ngoại lực tác dụng.

Trong nghiên cứu này các phương trình được giải theo thuật toán “semi-implicit pressure linked equations” (SIMPLE). Mô hình chảy rối SST $k$ - $w$  đã được áp dụng. Đây là mô hình cải tiến dựa trên mô hình chảy rối  $k$ - $w$ , một trong những mô hình phổ biến nhất bên cạnh mô hình  $k$ - $\epsilon$ . Lý do tác giả sử dụng mô hình này được giải thích trong Vu et al., (2015).

### 2.2. Giới thiệu về “Lagrangian Coherent structures”

Từ hình 1 cho thấy LCS là các đường ranh của các miền chất lỏng và nó bị ẩn đi dưới trường vận tốc. Theo Shadden et al., (2005) thì LCS có thể được tìm thông qua hệ số mũ Lyapunov hữu hạn (FTLE) trên trường vận tốc. FTLE là hệ số thể hiện mức độ phân tán của các phần tử vật chất. Theo đó tại nơi có FTLE lớn thì các phần tử sẽ phân tán nhiều hơn. Trong trường FTLE vừa được tính toán, tập hợp điểm có FTLE lớn được coi là các đường cấu trúc LCS. Chi tiết về LCS cũng như cách tính toán có thể tham khảo các công trình nghiên cứu của Shadden et al., (2005).

### 2.3. Hệ số Stoke

Khi nghiên cứu dự đoán đường đi của các phần tử trong một môi trường thì khối lượng của đối tượng dự đoán, hay nói cách khác chính là sự khác nhau giữa khối lượng đó so với khối lượng của môi trường dòng chảy chứa nó, sẽ những thông số quan trọng ảnh hưởng trực tiếp đến kết quả dự đoán. Do đặc điểm này và cũng để đồng nhất không phân biệt môi trường nước, khí, hay các môi trường khác, các nghiên cứu trước đây thường dùng hệ số Stoke (stk) để diễn tả đặc điểm của đối tượng di chuyển so với môi trường chứa nó (Jacobs et al., 2004; Luo et al., 2004). Việc sử dụng hệ số này sẽ làm cho việc tính toán, so sánh kết quả được thuận lợi hơn khi cùng đưa về một hệ số chuẩn.

Hệ số này được định nghĩa là tỉ số về thời gian di chuyển của phần tử  $t_p$  so với thời gian di chuyển của dòng chảy mang phần tử  $t_f$ . (Jacobs et al., 2004; Luo et al., 2004):

$$Stk = \frac{t_p}{t_f} \quad (3)$$

trong đó:

- $t_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu}$  và  $\rho_p$ ,  $d_p$  lần lượt là khối lượng riêng và đường kính của phần tử di chuyển.

$\mu$  là hệ số nhớt động lực học của dòng chảy mang phần tử.

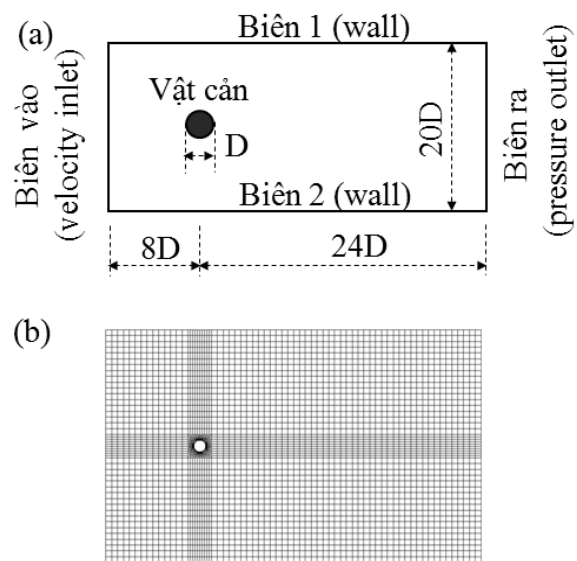
- $t_f = \frac{L_f}{U_f} = \frac{D}{U_o}$  và  $L_f$ ,  $U_f$  lần lượt thể hiện chiều dài đặc trưng và vận tốc của dòng chảy,  $D$ ,  $U_o$  là đường kính của hình trụ tròn và vận tốc ở biên thượng lưu.

## 3. THIẾT LẬP MÔ HÌNH

### 3.1. Mô phỏng thủy lực tìm trường véc tơ dòng chảy

Hình 3a thể hiện mô hình toán hai chiều của dòng chảy qua vật cản hình trụ tròn. Trong mô hình biên vào và biên ra được bố trí ở hai đầu và cách vật cản hình trụ một khoảng đủ lớn để các biên này không ảnh hưởng đến cấu trúc dòng chảy khi mô phỏng. Trong nghiên cứu này các vị trí biên này lần lượt là 8 và 24 lần đường kính hình

trụ theo (Meneghini et al., 2001). Tương tự như vậy, biên phía trên và phía dưới cũng được bố trí cách hình trụ một khoảng đủ lớn bằng 10 lần đường kính hình trụ. Biên vào được với dạng biên “vận tốc cửa vào”, và thiết lập vận tốc dòng chảy  $U_o$ ; còn biên ra là dạng biên “áp lực cửa ra”. Biên “áp lực cửa ra” có thể cho phép hiện tượng dòng chảy “ngược” nên các xoáy nước khi đi ra khỏi biên này được mô phỏng chính xác hơn. Đây là các dạng biên được sử dụng phổ biến trong Fluent khi mô phỏng dòng chảy qua các vật cản (Vu et al., 2015).



Hình 3. Thiết lập biên và lưới tính của mô hình, (a) Vị trí các biên, (b) Chia lưới miền tính toán

Hình 3b thể hiện cách chia lưới tính toán của mô hình. Các ô lưới được chia nhỏ khi ở gần hình trụ và có kích thước lớn hơn khi ra xa hình trụ. Trong các bài toán mô phỏng sử dụng mô hình số, kích thước ô lưới sẽ có tác động lớn đến kết quả mô phỏng. Để đánh giá độ nhạy của kích thước ô lưới cũng như đảm bảo độ chính xác của mô hình, các kịch bản mô phỏng với các kích thước ô lưới khác nhau đã được tác giả kiểm định trong các nghiên cứu trước đây. Trong nghiên cứu của Vu et al. (2015) và Vu et al. (2016), tác giả đã thực hiện mô phỏng với các kịch bản có số ô lưới xung

quanh hình trụ lần lượt là 160, 240 và 320 ô lưới. Theo đó, số ô lưới trên toàn bộ miền tính toán lần lượt là 173760, 193920 và 215680 ô lưới. Các kết quả nghiên cứu đó đã cho thấy kích bản hai với số ô lưới xung quanh hình trụ là 240 ô lưới thì đảm bảo được độ chính xác của mô hình (xem Vu et al. (2015) và Vu et al. (2016)). Trong nghiên cứu này tác giả không kiểm định lại mà sử dụng kết quả của kích bản hai với toàn bộ miền tính toán được chia thành 193920 ô lưới. Mô phỏng được thực hiện trên máy tính Intel(R) core (TM) i3, CPU 3.6GHZ, bộ nhớ Ram 4GB. Với số ô lưới như trên, thời gian mô phỏng bao gồm thời gian làm ấm mô hình và thời gian chạy đến khi mô hình ổn định (là lúc hình dạng các xoáy nước xuất hiện tuần hoàn và đều đặn, không thay đổi phía sau hình trụ) chiếm khoảng gần 45 phút.

Như đã đề cập trong các nghiên cứu trước, việc kiểm định mô hình thủy lực có thể được thực hiện trên kiểm định các hệ số lực cản ( $C_d$ ), lực nâng ( $C_f$ ), hay hệ số liên quan đến tần suất xuất hiện của xoáy nước (hệ số Strouhal) theo Vũ, H. C., (2017b). Trong nghiên cứu này, hệ số lực cản sẽ được áp dụng để kiểm định mô hình. Hệ số này được tính theo công thức:  $C_d = 2F_d / (\rho U_o^2 D)$ , trong đó  $U_o$ : vận tốc tại biên vào;  $F_d$ : lực cản tác dụng lên hình trụ;  $D$ : đường kính hình trụ.

**Bảng 1. Hệ số  $C_d$  trong kết quả mô phỏng và các nghiên cứu trước đây**

Hệ số Reynold	Các nghiên cứu trước đây	Kết quả $C_d$
60	Tritton (1959) (Re=60,5)	1.47
	Kết quả mô phỏng	1.468
100	Meneghini et al. (2001)	1.37
	Liu et al. (1998)	1.35±0.012
200	Kết quả mô phỏng	1.366
	Lam et al. (2008)	1.32
1000	Meneghini et al. (2001)	1.3
	Kết quả mô phỏng	1.33
1000	Braza et al. (1986)	1.21
	Kết quả mô phỏng	1.259

Bảng 1 đã thể hiện kết quả so sánh của hệ số  $C_d$  tìm được so với các nghiên cứu trước đây khi hệ số Reynold thay đổi từ 60 đến 1000. Kết quả cho thấy hệ số  $C_d$  tìm được từ mô phỏng là tương đồng với các nghiên cứu trước đây. Kết quả này cho thấy mô hình mô phỏng được thiết lập với các điều kiện như ở trên là ổn định và có thể áp dụng được cho các bài toán nghiên cứu tiếp theo.

## 2.2. Mô phỏng theo vết đối tượng

Trong phần này, mô đun “mô hình pha rời rạc” (DPM) dựa trên kỹ thuật theo dấu vết chuyển động của phần tử được áp dụng. Mô đun DPM cũng nằm trong bộ phần mềm Ansys - Fluent và có thể chạy song song với mô đun thủy lực. Cơ sở lý thuyết của mô đun DPM là sự cân bằng giữa quán tính phần tử với các lực tác dụng lên phần tử (Ansys Fluent, 2012):

$$\frac{du_p}{dt} = F_D(u - u_p) + \frac{g(\rho_p - \rho)}{\rho_p} + F \quad (4)$$

Trong phương trình trên,  $u$  là thành phần véc tơ của dòng chảy,  $u_p$  là thành phần véc tơ vận tốc của phần tử,  $\rho_p$  là khối lượng riêng của phần tử,  $F$  là ngoại lực tác dụng trên một đơn vị khối lượng phần tử. Biểu thức đầu tiên ở vế bên phải phương trình trên liên quan đến lực cản trên một đơn vị khối lượng phần tử, trong đó  $F_D$  được định nghĩa (Ansys Fluent, 2012):

$$F_D = \frac{18\mu}{d_p^2 \rho_p C_c} \quad (5)$$

trong đó là  $\mu$  độ nhớt của chất lỏng,  $d_p$  là đường kính của phần tử. Hệ số  $C_c$  là hệ số liên quan đến lý thuyết Stokes. Chi tiết về những lực này có thể tham khảo thêm trong các tài liệu hướng dẫn của bộ phần mềm Ansys Fluent.

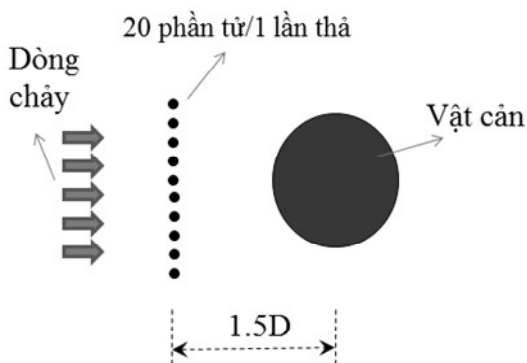
Để thực hiện mô phỏng theo vết đối tượng, những giả thiết sau đã được sử dụng:

- Các phần tử có dạng hình cầu với đường kính đồng nhất là  $d_p$  và khối lượng riêng là  $\rho_p$ .
- Các phần tử này không biến đổi và tương tác sinh - lý - hóa với nhau trong quá trình chuyển động dưới tác động của dòng chảy.
- Chỉ xét tác động của dòng chảy lên phần tử,

tác động ngược lại của phần tử lên dòng chảy được bỏ qua.

Trong mô phỏng theo vết đối tượng, các phần tử này lần lượt được thả vào dòng chảy có hệ số Reynold bằng 200. Các phần tử được thả tại vị trí phía trước cách hình trụ một khoảng  $1.5D$  về phía thượng lưu (xem hình 4). Mỗi giây thả 20 phần tử và thả liên tục trong 120s. Như vậy sau thời gian 120s, số lượng phần tử trong miền tính toán sẽ là 2400 phần tử nếu không có phần tử nào đi ra khỏi biên cửa ra của mô hình. Cần lưu ý rằng các phần tử này được thả vào trường dòng chảy sau khi mô hình đã đạt được sự ổn định về mặt thủy lực. Sự ổn định này được xác định qua sự xuất hiện một cách tuần hoàn các xoáy nước hoặc là dao động tuần hoàn của các lực tác dụng trên hình trụ (xem Vũ, 2017b).

Để đánh giá phạm vi dự đoán của phương pháp LCS khi nghiên cứu sự di chuyển của các phần tử, trong nghiên cứu này tác giả đã sử dụng 3 nhóm phần tử có kích thước và khối lượng tương ứng với các hệ số Stoke bằng 0.001, 0.1 và 1 tính theo công thức (3). Nếu giả thiết các phần tử đang xét là các hạt cát có khối lượng riêng trung bình khoảng  $1800 \text{ kg/m}^3$  thì kích thước tương ứng của các hạt đối với ba hệ số stoke ở trên lần lượt là  $5.6 \times 10^{-5} \text{ m}$  (cát mịn);  $5.6 \times 10^{-4} \text{ m}$  (cát hạt trung);  $1.7 \times 10^{-3} \text{ m}$  (cát hạt thô).

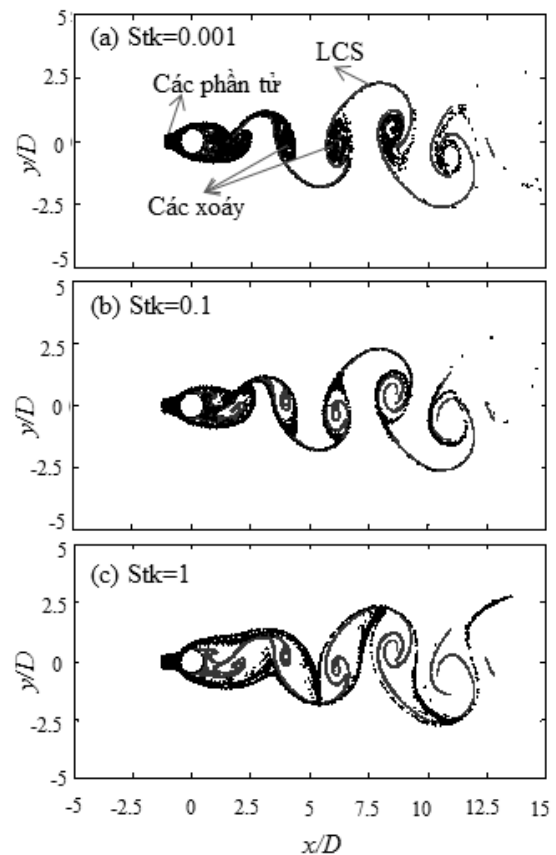


Hình 4. Vị trí thả các phần tử

#### 4. KẾT QUẢ VÀ BÀN LUẬN

Như các bước đã trình bày ở hình 2, sau khi có

trường vận tốc, LCS được tính toán và vẽ dựa trên phần mềm Matlab. Ngoài phụ thuộc vào cấu hình máy, thời gian tính toán LCS sẽ phụ thuộc vào các cách giải khác nhau trong thuật toán LCS, biến thời gian  $|T|$  trong LCS, và độ phân giải của lưới tính (xem thêm Vũ, H.C 2017a). Trong nghiên cứu này, việc tính toán vẽ đường LCS sẽ mất khoảng thêm một giờ đồng hồ cho mỗi kịch bản. Kết quả dự đoán LCS và kết quả mô phỏng di chuyển của các phần tử ở trên được thể hiện trên hình 5. Các hình 5(a), (b),(c) ứng với các hệ số Stoke là 0.001, 0.1 và 1. Trong các hình này, đường màu đỏ là các đường LCS.



Hình 5. Sự phân bố của các phần tử được thả vào dòng chảy và các đường dự đoán LCS, (a)  $Stk = 0.001$ , (b)  $Stk = 0.1$ ; (c)  $Stk = 1$ .

Trong trường hợp các phần tử vật chất được thả ứng với hệ số Stoke=0.001 (hình 5a), các phần tử này di chuyển trong dòng chảy và luôn bám theo các đường cấu trúc LCS. Ở vị trí nào có

đường LCS thì ở đó có các phần tử bám theo. Điều này cho thấy nếu dùng LCS để dự đoán đường đi của các hạt này thì cho thấy mức độ chính xác rất cao. Khi hệ số Stoke bằng 0.1 (hình 5b), các phần tử này vẫn di chuyển và phân bố gần các đường LCS và mức độ trùng khớp giảm xuống một chút so với trường hợp ở trên.

Đối với các phần tử có khối lượng riêng và đường kính thỏa mãn hệ số Stoke bằng 1 (hình 5c), chúng vẫn có xu hướng bám theo đường LCS tuy nhiên mức độ theo sát thì giảm hẳn so với hai trường hợp trước. Các phần tử phân bố chủ yếu ở vòng ngoài, cách xa vùng xoáy và không tìm thấy bất kỳ phần tử nào ở vùng gần tâm xoáy. Sự phân tán của các phần tử tăng lên và điều này có thể giải thích bởi lực quán tính tác dụng lên chúng trong trường hợp này là lớn hơn nhiều so với hai trường hợp trên, chúng không còn bám theo sát các đường LCS. Khi hệ số Stoke lớn hơn thì các phần tử nặng hơn và do đó lực quán tính tác dụng lên nó cũng lớn hơn (Luo et al., 2004).

Như vậy có thể thấy rằng, khi hệ số Stoke lớn,

các phần tử di chuyển kém linh động hơn và ở cách xa hơn so với các đường LCS. Khi hệ số Stoke nhỏ hơn 0.1, các phần tử thể hiện tính linh động cao trong di chuyển và bám khá sát vào các đường LCS. Hay nói cách khác, trong trường hợp này LCS sẽ trở thành công cụ hữu hiệu để dự đoán đường đi của các phần tử loại này.

## 5. KẾT LUẬN

Nghiên cứu đã tìm ra phạm vi áp dụng của phương pháp LCS trong dự đoán đường đi của các phần tử dựa vào sự phân tích đồng thời kết quả của LCS và kết quả mô phỏng trực tiếp. Đối với các phần tử có kích thước và khối lượng thỏa mãn hệ số Stoke nhỏ hơn 0.1 khi di chuyển chúng gần như bám sát theo các đường LCS. Do đó LCS sẽ là một công cụ hữu hiệu khi dự đoán đường đi của các phần tử loại này. Còn đối với các phần tử thỏa mãn hệ số Stoke lớn hơn 1, chúng vẫn có xu hướng bám theo LCS tuy nhiên có sự phân tán và cũng nằm cách khá xa các đường LCS; do đó khi dự báo đường đi của chúng bằng LCS thì mức độ chính xác sẽ giảm xuống.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Vũ, H. C., (2017a). “Nghiên cứu cấu trúc dòng chảy xung quanh hình trụ tròn sử dụng “Lagrangian Coherent Structure.” Tạp chí Khoa học kỹ thuật thủy lợi và môi trường. Số 57, trang 19-25.
- Vũ, H. C., (2017b). “Nghiên cứu đặc điểm của dòng chảy xung quanh hình trụ tròn.” Tạp chí Khoa học kỹ thuật thủy lợi và môi trường. Số 59, trang 114-119.
- Ansys Fluent (2012). *Theory guide*, Version 2012.
- Blake, M. C., and Kamran, M. (2008) “Vortex Shedding over a Two-Dimensional Airfoil: Where the Particles Come from.” *Aerospace letters, AIAA Journal*, Vol. 46, No. 3, pp. 545-547.
- Braza, M., Chassaing, P., and Minh, H. H. (1986). “Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder.” *Journal of Fluid Mechanics*, 165, 79–130.
- Franco, E., Pekarek, D. N., Peng, J., and Dabiri, J. O. (2007). “Geometry of unsteady fluid transport during fluid–structure interactions.” *Journal of Fluid Mechanics*, 589, 125–145.
- Jacobs, G. B., Kopriva, D. A., and Mashayek, F. (2004). “Compressible Subsonic Particle-Laden Flow over a Square Cylinder.” *Journal of Propulsion and Power*, 20(2), 353–359.
- Lam, K., Gong, W. Q., and So, R. M. C. (2008). “Numerical simulation of cross-flow around four cylinders in an in-line square configuration.” *Journal of Fluids and Structures*, 24(1), 34–57.
- Liu, C., Zheng, X., and Sung, C. H. (1998). “Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows.” *Journal of Computational Physics*, 139(1), 35–57.

- Luo, K., Fan, J., Jin, H., and Cen, K. (2004). "LES of the turbulent coherent structures and particle dispersion in the gas–solid wake flows." Powder Technology, 147(1–3), 49–58.
- Meneghini, J. R., Saltara, F., Siqueira, C. L. R., and Ferrari JR, J. A. (2001). "Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements." Journal of Fluids and Structures, 15(2), 327–350.
- Shadden, S. C., Lekien, F., and Marsden, J. E. (2005). "Definition and properties of Lagrangian coherent structures from finite-time Lyapunov exponents in two-dimensional aperiodic flows." Physica D: Nonlinear Phenomena, 212(3–4), 271–304
- Tritton, D. J. (1959). "Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers." Journal of Fluid Mechanics, 6(04), 547–567
- Vũ, H. C., Ahn, J., and Hwang, J. H. (2015). "Numerical simulation of flow past two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangement at low Reynolds numbers." KSCE Journal of Civil Engineering, 1–11.
- Vũ, H. C., Ahn, J., and Hwang, J. H. (2016). "Numerical investigation of flow around circular cylinder with splitter plate." KSCE Journal of Civil Engineering, 20 (6) 2559- 2568.

**Abstract:**

**APPLICABILITY OF "LAGRANGIAN COHERENT STRUCTURES"  
IN PREDICTING THE MOVEMENT OF PARTICLES**

*In this paper, the scope of the "Lagrangian Coherent structures" in predicting the movement of floating particles will be investigated using numerical method. Case study is the transport of particles in the flow behind the circular cylindrical object, where the complex vortex forms. These particles were studied with different sizes and weights. The study used two methods, LCS and particle tracking to track the paths of the above particles. Based on the comparison of the two methods, the study figured out the size of the particles can be predicted using the LCS method. The results show that the LCS method can accurately predict the path of particles when the Stoke number is smaller than 0.1*

**Keywords:** "Lagrangian Coherent Structures", circular cylinder, stoke number

---

Ngày nhận bài: 17/3/2021

Ngày chấp nhận đăng: 20/4/2021